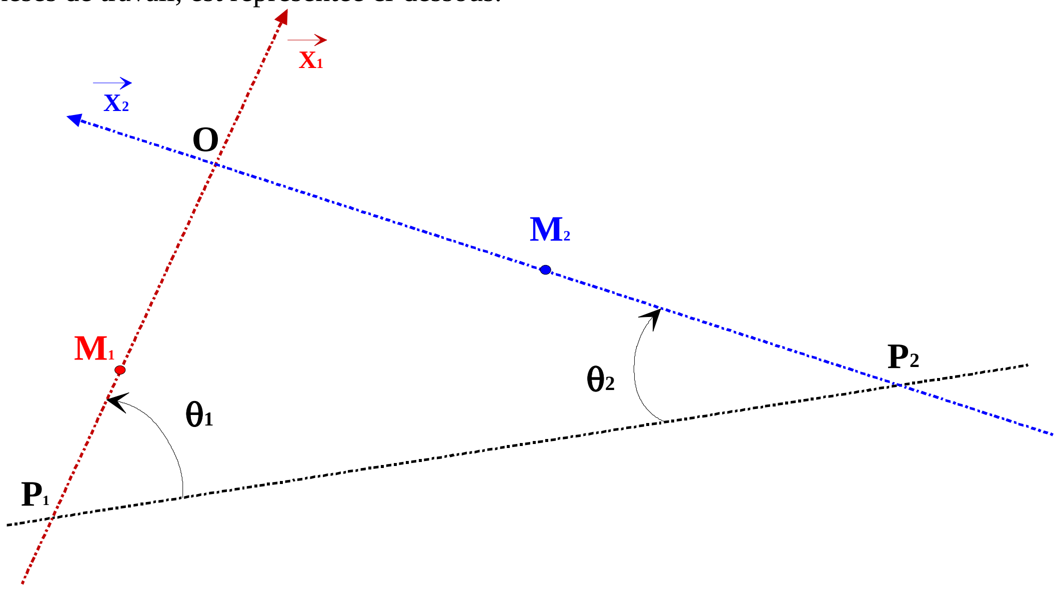
TD1 : Rendez vous de 2 robots
Eléments de correction

1. REPONSE A LA QUESTION 3-1

Soit la représentation plane des mouvements des points M_1 et M_2 représentant géométriquement les hypothèses de travail, est représentée ci-dessous.



Les points M_1 et M_2 se rencontreront au point O fixe dans l'espace affine $\Re_0(O_0,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$.
La trajectoire du point M_1 est portée par la droite (P_1,O) et la trajectoire du point M_2 est portée par la droite (P_2,O). En conclusion :

- $\overrightarrow{V_{(M1/R_0)}}$ est portée par la droite (P_1,O)
- $\overrightarrow{V_{(M2/R_0)}}$ est portée par la droite (P_2,O)

1.1. Mouvement du point M_1

$$P_1 \text{ est fixe } \Re_0(O_0,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0),\ \overrightarrow{V_{(M1/R_0)}} = \left(\frac{d\overrightarrow{O_0M_1}}{dt}\right)_{R_0} = \left(\frac{d\overrightarrow{P_1M_1}}{dt}\right)_{R_0}$$

Posons que $\overrightarrow{P_1M_1} = x_1(t).\vec{x}_1$ et $\overrightarrow{V_{(M1/R_0)}} = \left\|\overrightarrow{V_{(M1/R_0)}}\right\| \vec{x}_1$,

$$\overrightarrow{V_{(M1/R_0)}} = \left(\frac{d\overrightarrow{P_1M_1}}{dt}\right)_{R_0} = \left\|\overrightarrow{V_{(M1/R_0)}}\right\| \vec{x}_1 = \left(\frac{dx_1(t).\vec{x}_1}{dt}\right)_{R_0}$$, en intégrant cette équation,

avec les conditions initiales : A l'instant τ_0, les points M1 et M2 sont en deux point distants P1 et P2 fixe dans l'espace affine . $\Re_0(O_0,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$.

$\boxed{\left\|\overrightarrow{V_{(M1/R_0)}}\right\| (\tau_1-\tau_0).\vec{x}_1 = x_1(t).\vec{x}_1}$ où $\vec{x}_1$ est fixe dans $R_0(\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$, on obtient donc

$$\boxed{\left\|\overrightarrow{V_{(M1/R_0)}}\right\| (\tau_1-\tau_0) = x_1(t)}$$

Jacques AÏACHE – Jean-Marc CHÉREAU

1.2. Mouvement du point M_2

$$P_2 \text{ est fixe } \mathfrak{R}_0(O_0,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0),\ \overrightarrow{V_{(M2/R_0)}} = \left(\frac{d\overrightarrow{O_0M_2}}{dt}\right)_{R_0} = \left(\frac{d\overrightarrow{P_2M_2}}{dt}\right)_{R_0}$$

Posons que $\overrightarrow{P_2M_2} = x_2(t).\vec{x}_2$ et $\overrightarrow{V_{(M1/R_0)}} = \left\|\overrightarrow{V_{(M1/R_0)}}\right\| \vec{x}_1$,

$$\overrightarrow{V_{(M1/R_0)}} = \left(\frac{d\overrightarrow{P_1M_1}}{dt}\right)_{R_0} = \left\|\overrightarrow{V_{(M2/R_0)}}\right\| \vec{x}_2 = \left(\frac{dx_2(t).\vec{x}_2}{dt}\right)_{R_0}$$, en intégrant cette équation,

avec les conditions initiales : A l'instant τ_0, les points M1 et M2 sont en deux point distants P1 et P2 fixe dans l'espace affine . $\mathfrak{R}_0(O_0,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$.

$\boxed{\left\|\overrightarrow{V_{(M2/R_0)}}\right\| (\tau_2-\tau_0).\vec{x}_2 = x_2(t).\vec{x}_2}$ où $\vec{x}_2$ est fixe dans $R_0(\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$, on obtient donc

$$\boxed{\left\|\overrightarrow{V_{(M2/R_0)}}\right\| (\tau_2-\tau_0) = x_2(t)}$$

1.3. Condition de rencontre des points M1 et M2

Pour que les points M1 et M2 se rencontre en O, il faut que : $(\tau_1-\tau_0)=(\tau_2-\tau_0)$, c'est à dire que $\tau_1=\tau_2=\tau_r$ où τ_r est l'instant de rencontre des points M1 et M2 au point O.

$$\left\|\overrightarrow{V_{(M2/R_0)}}\right\| (\tau_2-\tau_0).\vec{x}_2 = x_2(t).\vec{x}_2 \Leftrightarrow \overrightarrow{V_{(M2/R_0)}}.(\tau_2-\tau_0) = \overrightarrow{P_2M_2} \text{ et}$$

$$\left\|\overrightarrow{V_{(M1/R_0)}}\right\| (\tau_1-\tau_0).\vec{x}_1 = x_1(t).\vec{x}_1 \Leftrightarrow \overrightarrow{V_{(M1/R_0)}}.(\tau_1-\tau_0) = \overrightarrow{P_1M_1}$$

$$\begin{cases}\overrightarrow{V_{(M2/R_0)}}.(\tau_2-\tau_0) = \overrightarrow{P_2M_2}\\ \overrightarrow{V_{(M1/R_0)}}.(\tau_1-\tau_0) = \overrightarrow{P_1M_1}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\overrightarrow{V_{(M2/R_0)}}.(\tau_r-\tau_0) = \overrightarrow{P_2O}\\ \overrightarrow{V_{(M1/R_0)}}.(\tau_r-\tau_0) = \overrightarrow{P_1O}\end{cases} \Rightarrow \left(\overrightarrow{V_{(M2/R_0)}}-\overrightarrow{V_{(M1/R_0)}}\right)(\tau_r-\tau_0) = \overrightarrow{P_1P_2}$$

Par composition des vitesses, $\left(\overrightarrow{V_{(M2/R_0)}}-\overrightarrow{V_{(M1/R_0)}}\right)$ est la vitesse relative de M1 et M2 par rapport à M1 que l'on note $\overrightarrow{V_{(M2/M1)}}$.

2. REPONSE A LA QUESTION 3-2

Pour que les robots se rencontrent au point O, il est nécessaire que la vitesse relative $\overrightarrow{V_{(M2/M1)}}$ des extrémités des effecteurs modélisés par les points M1 et M2 soit colinéaire au vecteur $\overrightarrow{P_1P_2}$,

soit $\boxed{\overrightarrow{V_{(M2/M1)}} \wedge \overrightarrow{P_1P_2} = \vec{0}}$